

POMIAR KĄTA TARCIA WEWNĘTRZNEGO ZIARNA PSZENICY METODĄ TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA¹

J. Horabik, J. Łukaszuk

Instytut Agrofizyki PAN, ul. Doświadczalna 4, 20-290 Lublin 27

e-mail: jhorabik@demeter.ipan.lublin.pl

Streszczenie: W pracy badano wpływ wilgotności i gęstości upakowania ziarna pszenicy na dokładność pomiaru kąta tarcia wewnętrznego. Testy trójosiowego ściskania przeprowadzono dla próbek o średnicy 15cm i wysokości 30 cm dla sześciu różnych wilgotności ziarna w przedziale od 10,0% do 22,3% oraz różnych gęstości. Materiał próbek zagęszczano wibracyjnie. Stwierdzono, że pomiar kąta tarcia wewnętrznego jest możliwy do wilgotności nie większej niż 20%. Zagęszczanie próbek w znaczący sposób zwiększało dokładność pomiarów. Wyniki badań mogą stanowić podstawę właściwego doboru parametrów materiału podczas wyznaczania kąta tarcia wewnętrznego.

Słowa kluczowe: test trójosiowego ściskania, gęstość krytyczna, materiał sypki, zagęszczanie wibracyjne.

WSTĘP

Tarcie uczestniczy we wszystkich operacjach technologicznych, którym poddawane jest ziarno zbóż. Szeroki zakres zmian współczynnika tarcia roślinnych materiałów sypkich często istotnie modyfikuje przebieg wykonywanych operacji. Powszechnie przyjął się podział tarcia na zewnętrzne i wewnętrzne. Uważa się, że tarcie zewnętrzne to proces zachodzący na styku materiału konstrukcyjnego i sypkiego, a tarcie wewnętrzne to tarcie między elementami

¹ Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr 5 P06F 021 17 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych w latach 1999-2002.

tego samego ośrodka. Stosowanie takiego podziału jest umowne. W obu przypadkach mamy bowiem do czynienia z tarcie zewnętrzny, które jest sumą elementarnych składowych oporów tarcia powstających między stykającymi się elementami - w tym między ziarnami tego samego ośrodka [3].

Kąt tarcia wewnętrznego jest wyznacznikiem granicznego stanu naprężeń, po osiągnięciu którego rozpoczyna się plastyczne płynięcie ośrodka. Ze wzrostem kąta tarcia wewnętrznego i sił spójności materiał sypki nabiera cech ciała stałego a wraz z ich spadkiem staje się podobny do cieczy. Tarcie wewnętrzne zależy od właściwości samych ziaren i od struktury ich upakowania w ośrodku [12]. Szorstkość i falistość powierzchni, kształt i wymiary ziaren oraz ich odkształcalność to właściwości, które najbardziej wpływają na kąt tarcia wewnętrznego. Właściwości te modyfikowane są przez gatunek i odmianę, a przede wszystkim przez wilgotność [4,5,9-11]. Struktura upakowania ośrodka może ulegać zmianom w zależności od wzajemnego ułożenia ziaren. Podstawową miarą struktury upakowania ośrodka sypkiego jest jego gęstość. Charakterystyczną cechą materiałów sypkich jest zależność wytrzymałości na ścinanie od zagęszczenia. Ścinaniu materiału sypkiego na ogół towarzyszy odkształcenie objętościowe. Ośrodek dąży do uzyskania gęstości, przy której nie zachodzą zmiany objętościowe w obszarze ścinania, zwanej gęstością krytyczną [1]. Jeżeli gęstość wyjściowa jest mniejsza od gęstości krytycznej to w trakcie ścinania ośrodek zagęszcza się. W przypadku gdy wyjściowa gęstość ośrodka jest większa od krytycznej dalsze zagęszczanie zachodzi tylko w początkowej fazie procesu ścinania i zanika natychmiast po osiągnięciu przez ośrodek maksymalnej wytrzymałości. Następnie w miarę wzrostu niestatecznej deformacji materiał rozluźnia się dążąc do uzyskania gęstości krytycznej.

Celem badań było określenie wpływu wilgotności i gęstości upakowania na pomiar kąta tarcia wewnętrznego ziarna pszenicy wyznaczanego metodą trójosiowego ściskania. Badania ukierunkowane były na wskazanie optymalnych zakresów tych parametrów pozwalających na przeprowadzenie pomiaru w warunkach ustalonego płynięcia.

PRZYGOTOWANIE MATERIAŁU I METODA POMIARU

Pomiary przeprowadzono dla ziarna pszenicy odmiany Begra o wilgotności: 10%, 13,2%, 15,2%, 18,5%, 20,0%, i 22,3%. Dla każdej wilgotności ziarna formowano próbki o kilku (od 2 do 4) gęstościach upakowania. Zestawienie

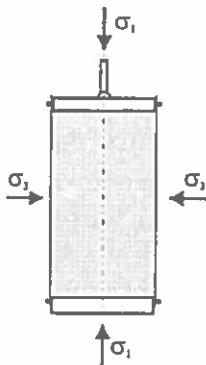
wszystkich wariantów próbek, dla których wykonano testy trójosiowego ściskania przedstawia Tabela 1.

Tabela 1. Parametry próbek ziarna pszenicy

Table 1. Parameters of wheat grain samples

Gęstość ρ [kg/m ³]		Wilgotność [%]					
Porowatość p [%]		10,0	13,2	15,2	18,5	20,0	22,3
Min. (A)	ρ	757,0	729,0	730,0	690,0	690,0	647,0
	p	46,9	41,8	47,6	53,5	51,7	55,3
Pośr. (P1)	ρ	790,0	750,0				
	p	44,6	40,1				
Pośr. (P2)	ρ		780,0				
	p		37,7				
Maks. (B)	ρ	826,0	822,0	822,0	770,0	766,0	840,0
	p	42,1	34,4	41,0	48,1	46,4	41,9

Gęstość minimalną uzyskiwano napelniając formę próbki równomiernym strumieniem ziarna wzdłuż jej osi z najniższej możliwej wysokości przy pomocy leja nasypowego o średnicy wylotu równej 4 cm. Pozostałe gęstości otrzymywano poprzez vibracyjne zagęszczanie próbki dobierając odpowiednio czas trwania vibracji. Kierunek drgań sinusoidalnych o częstotliwości 30 Hz i amplitudzie 0,5 cm był prostopadły do osi podłużnej próbki. W przypadku ziarna o wilgotności 22,3% gęstość maksymalną uzyskiwano zagęszczając kolejne warstwy próbki o wysokości 6 cm siłą normalną przyłożoną przez sztywną pokrywę. Porowatość warstwy ziarna wyznaczano piknometrem powietrznym.



Rys. 1. Schemat aparatu trójosiowego ściskania.

Fig. 1. Scheme of triaxial compression apparatus.

Testy trójosiowego ściskania (Rys. 1) przeprowadzano dla próbek o średnicy 15 cm i wysokości 30 cm. Prędkość deformacji wynosiła 4,5 cm/min. Każdy pomiar wykonywano w trzech powtórzeniach dla sześciu kolejnych wartości mniejszego naprężenia głównego σ_3 w zakresie od 0,04 MPa do 0,08 MPa z krokiem 0,01 MPa. Siłę wywołującą naprężenie σ_1 mierzono przy pomocy głowicy tensometrycznej o zakresie 10 kN z dokładnością ± 10 N a przemieszczenie przy pomocy czujnika indukcyjnego o zakresie 100 mm z dokładnością $\pm 0,2$ mm. W czasie pomiaru rejestrowano większe naprężenie główne σ_1 oraz odkształcenie ε_1 . Kąt tarcia wewnętrzznego φ i kohezję c wyznaczono w oparciu o warunek plastyczności Coulomba-Mohra:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi + 2c \cos \varphi \quad (1)$$

Zapisanie równania (1) w postaci liniowej zależności $\sigma_1(\sigma_3)$ oraz wyznaczenie parametrów A i B regresji liniowej:

$$\sigma_1 = A\sigma_3 + B \quad (2)$$

dla punktów pomiarowych (σ_1, σ_3) , które spełniają warunek plastyczności (1) pozwala wyznaczyć kąt tarcia wewnętrzznego i kohezję z prostych zależności:

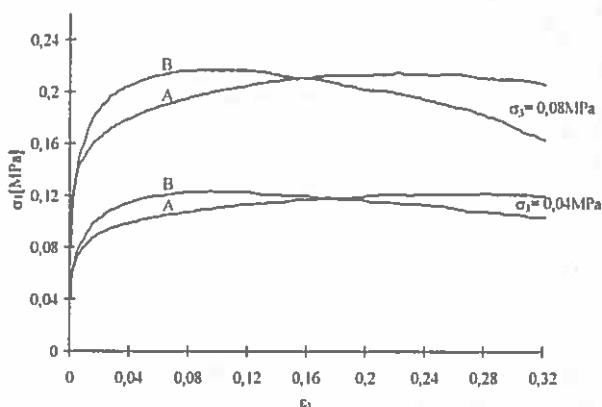
$$\varphi = \arcsin \frac{A-1}{A+1}, \quad c = \frac{B}{2\sqrt{A}} \quad \text{dla} \quad A \geq 1 \quad (3)$$

Do obliczeń przyjmowano maksymalną wartość naprężenia σ_1 . Wyznaczane parametry φ i c reprezentowały zatem powierzchnię plastyczności, która nie zawsze pokrywa się z powierzchnią ustalonego płynięcia.

WYNIKI

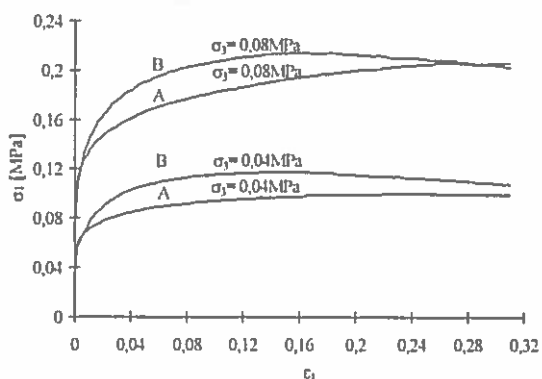
Typowe przebiegi zależności naprężenia σ_1 od odkształcenia ε_1 dla wybranego zakresu analizowanych parametrów przedstawiają Rysunki 2-7 (oznaczenia jak w Tabeli 1). Przebiegi σ_1 - ε_1 zależą od wilgotności i gęstości ziarna oraz od wartości mniejszego naprężenia głównego σ_3 . Dla próbek zagęszczonych odkształcenie ε_1 , przy którym naprężenie σ_1 osiągało maksimum, rosło ze wzrostem wilgotności od 0,1 dla wilgotności 10% do 0,2 dla wilgotności 20%. W przypadku próbek nie zagęszczonych naprężenie σ_1 osiągało maksimum jedynie dla ziarna o wilgotności 10% i występowało przy $\varepsilon_1=0,24$. Dla wyższych wilgotności ziarna naprężenie σ_1 wzrastało do ustalonej wartości, bądź w przypadku ziarna o wilgotności 22,3%

monotonicznie rosło nie osiągając stabilnej wartości. W przypadku próbek zagęszczonych wraz ze wzrostem mniejszego naprężenia głównego σ_3 rosło odkształcenie ε_1 , przy którym naprężenie σ_1 osiągało maksimum.



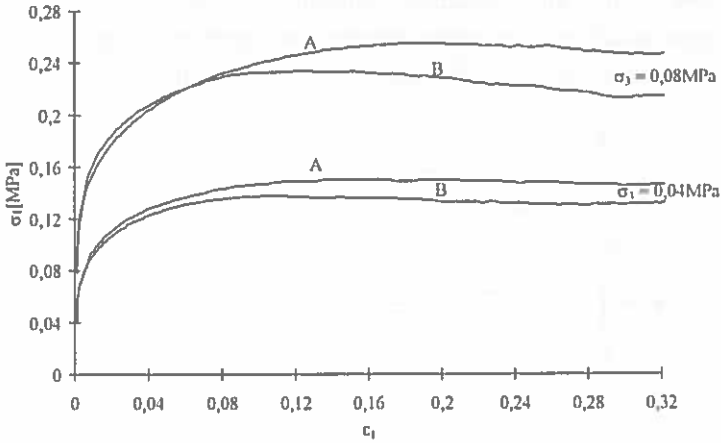
Rys. 2. Zależność naprężenia σ_1 od odkształcenia ε_1 dla ziarna pszenicy o wilgotności 10,0% i gęstościach: minimalnej (A) i maksymalnej (B).

Fig. 2. Stress-strain relationship $\sigma_1(\varepsilon_1)$ for the wheat grain sample of the moisture content of 10% and the minimum (A) and maximum (B) bulk density.



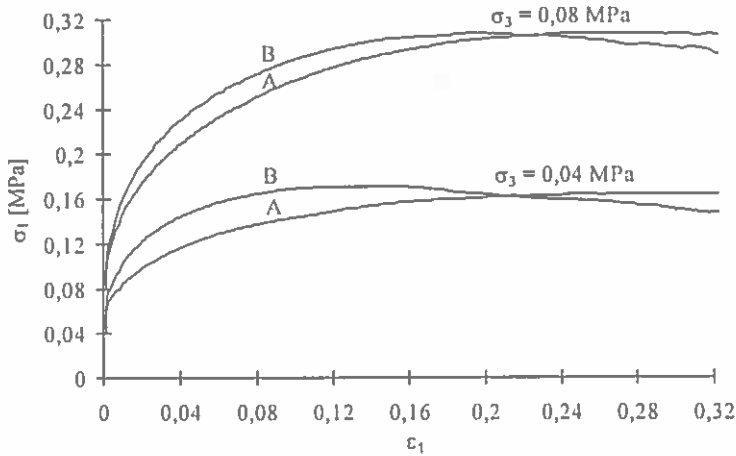
Rys. 3. Zależność naprężenia σ_1 od odkształcenia ε_1 dla ziarna pszenicy o wilgotności 13,2% i gęstościach: minimalnej (A) i maksymalnej (B).

Fig. 3. Stress-strain relationship $\sigma_1(\varepsilon_1)$ for the wheat grain sample of the moisture content of 13.2% and the minimum (A) and maximum (B) bulk density.



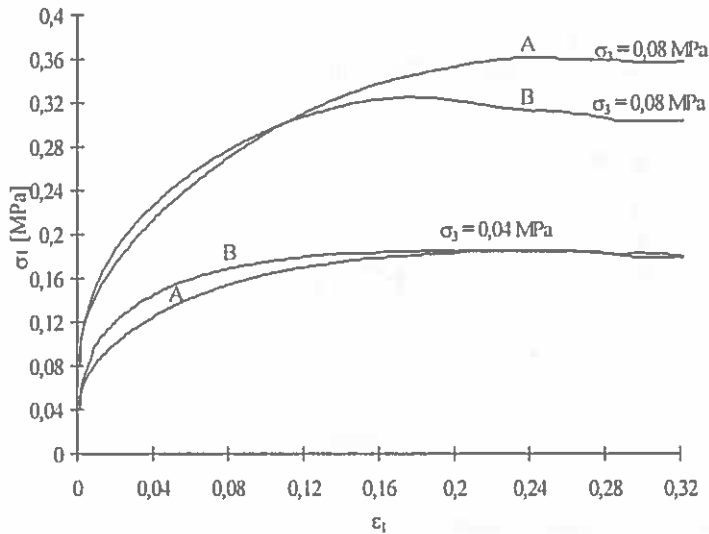
Rys. 4. Zależność naprężenia σ_1 od odkształcenia ϵ_1 dla ziarna pszenicy o wilgotności 15,2% i gęstościach: minimalnej (A) i maksymalnej (B).

Fig. 4. Stress-strain relationship $\sigma_1(\epsilon_1)$ for the wheat grain sample of the moisture content of 15.2% and the minimum (A) and maximum (B) bulk density.



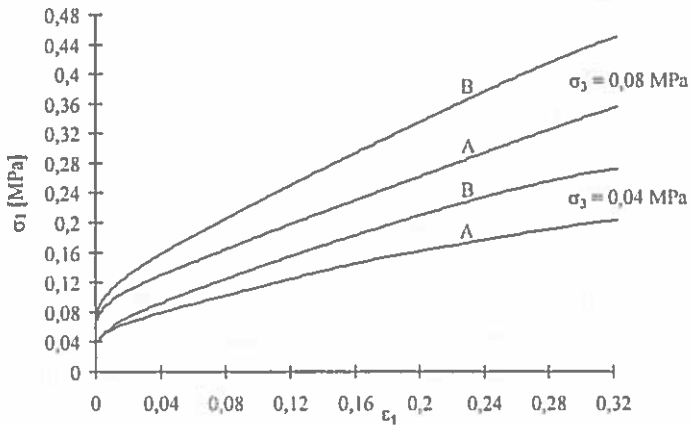
Rys. 5. Zależność naprężenia σ_1 od odkształcenia ϵ_1 dla ziarna pszenicy o wilgotności 18,5% i gęstościach: minimalnej (A) i maksymalnej (B).

Fig. 5. Stress-strain relationship $\sigma_1(\epsilon_1)$ for the wheat grain sample of the moisture content of 18.5% and the minimum (A) and maximum (B) bulk density.



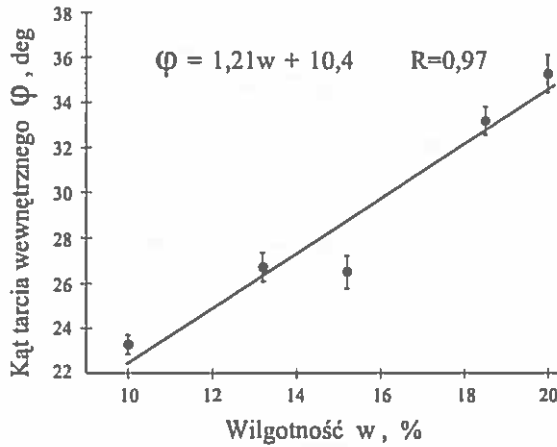
Rys. 6. Zależność naprężenia σ_i od odkształcenia ϵ_i dla ziarna pszenicy o wilgotności 20,0% i gęstościach: minimalnej (A) i maksymalnej (B).

Fig. 6. Stress-strain relationship $\sigma_i(\epsilon_i)$ for the wheat grain sample of the moisture content of 20,0% and the minimum (A) and maximum (B) bulk density.



Rys. 7. Zależność naprężenia σ_i od odkształcenia ϵ_i dla ziarna pszenicy o wilgotności 22,3% i gęstościach: minimalnej (A) i maksymalnej (B).

Fig. 7. Stress-strain relationship $\sigma_i(\epsilon_i)$ for the wheat grain sample of the moisture content of 22,3% and the minimum (A) and maximum (B) bulk density.



Rys. 8. Zależność kąta tarcia wewnętrznego (wraz z odchyleniem standardowym) od wilgotności dla zagęszczonych próbek ziarna pszenicy.

Fig. 8. The angle of internal friction (with standard deviation) as influenced by the moisture content of compacted samples of wheat grain.

Porównanie przebiegów σ_1 - ϵ_1 dla próbek zagęszczonych i nie zagęszczonych wskazuje, że gęstość próbek zagęszczonych była wyższa od krytycznej, zaś nie zagęszczonych niższa. Zmiany gęstości w pobliżu gęstości krytycznej powodują jakościową zmianę właściwości mechanicznych próbki. W przeprowadzonych testach wzrost gęstości próbek oprócz jakościowych zmian właściwości materiału powodował, że stan graniczny powstawał przy istotnie mniejszych odkształceniach, co miało bezpośredni wpływ na dokładność wyznaczania kąta tarcia wewnętrznego.

W procesie deformacji materiału sypkiego uczestniczą trzy podstawowe mechanizmy: przemieszczenia, obroty i deformacje ziaren [6]. Udział wymienionych mechanizmów zależy od właściwości materiału sypkiego oraz od stanu naprężenia w materiale. Analizując przekroje próbek ziarna i nasion poddawanych trójosiowemu ścisłaniu wykazano, że w przypadku ziarna o wilgotności kondycjonalnej około 40% odkształcenia ϵ_1 związane jest bezpośrednio z tworzeniem warunków dla powstania warstwy ścinania, zaś pozostałe 60% przypada na formowanie się i stabilizację tej warstwy [6,8]. W miarę wzrostu wilgotności rośnie udział odkształcenia próbki potrzebnego do powstania warstwy ścinania ze względu na coraz wyższy udział odkształceń pojedynczych ziaren. Tym samym, wraz ze wzrostem wilgotności maleje korzystny wpływ wstępnego zagęszczenia

próbki. Dla ziarna o wilgotności 22,3% udział odkształceń poszczególnych ziaren uniemożliwiał wytworzenie w próbce stanu granicznego.

Zakres zmiany pola powierzchni przekroju prostopadłego do osi próbki w miarę jej odkształcania ma bezpośredni wpływ na dokładność wyznaczania kąta tarcia wewnętrznego. W związku z tym poszukiwano takiego sposobu przygotowania próbek, który umożliwiałby powstawanie stanu granicznego przy możliwie najmniejszym odkształceniu. Na wielkość tego odkształcenia wpływa między innymi wielkość próbki oraz jej gęstość. W przeprowadzonych badaniach stosunek wymiaru próbki do wymiaru ziarna, wynoszący około 40, mieścił się w zakresie rekomendowanym przez normy [2,7]. Zwiększenia dokładności pomiarów kąta tarcia wewnętrznego poszukiwano zatem poprzez takie przygotowanie próbki, aby jej gęstość początkowa była maksymalnie zbliżona do gęstości krytycznej.

Tabela 2. Kąt tarcia wewnętrznego i kohezja (wraz z odchyleniem standardowym) w zależności od wilgotności i gęstości ziarna pszenicy

Table 2. Angle of internal friction and cohesion (with standard deviation) as influenced by the moisture content and the bulk density of wheat grain

Gęstość	Kąt tarcia wewn. φ [°]	Wilgotność [%]				
		Kohezja c [kPa]	10,0	13,2	15,2	18,5
Min. (A)	φ	24,0±0,9	25,9±0,9	24,0±1,2	35,9±0,9	38,9±0,6
	c	9,0±1,8	2,1±1,4	21,0±2,8	2,7±2,7	3,0±1,8
Pośr. (P1)	φ	24,5±0,9	24,5±0,5			
	c	4,0±1,8	3,4±0,9			
Pośr. (P2)	φ		24,0±0,3			
	c		1,9±0,5			
Maks. (B)	φ	23,3±0,4	26,7±0,6	26,5±0,7	33,2±0,6	35,3±0,8
	c	11,0±1,3	1,6±1,0	10,0±2,8	10,0±1,5	9,5±2,4

Przeprowadzone badania wykazały, że metoda trójosiowego ściskania pozwala na poprawny pomiar kąta tarcia wewnętrznego ziarna pszenicy, gdy wilgotność ziarna nie przekracza 20%. Wyznaczone wartości kąta tarcia wewnętrznego i kohezji zamieszczono w Tabeli 2. Kohezja była na ogół istotnie

różna od zera. W tabeli pominięto wyniki dla ziarna o wilgotności 22,3%, gdyż w tym przypadku naprężenie nie osiągało stanu granicznego. Wpływ gęstości na wartość kąta tarcia wewnętrznego jest dobrze zilustrowany na przykładzie ziarna o wilgotności 13,2%. W przypadku próbki uformowanej luźno kąt tarcia jest porównywalny z kątem uzyskanym dla próbki maksymalnie zagęszczonej. Przyczyną jest błąd pomiaru wynikający z dużego odkształcenia próbki uformowanej luźno. Wzrost kąta tarcia wewnętrznego ze wzrostem gęstości jest widoczny dopiero dla trzech wyższych gęstości próbki. Wpływ wilgotności najłatwiej prześledzić w przypadku próbek maksymalnie zagęszczonych. Zależność kąta tarcia wewnętrznego od wilgotności dla próbek zagęszczonych przedstawia Rys. 8. Można przyjąć, że w zakresie wilgotności od 10 do 20% kąt tarcia wewnętrznego rośnie liniowo ze wzrostem wilgotności.

W przypadku ziarna o wilgotności powyżej 20% najwłaściwsze wydaje się oszacowywanie wartości kąta tarcia wewnętrznego na podstawie pomiaru kąta naturalnego usypu. W metodzie tej naprężenie w złożu materiału jest najmniejsze spośród wszystkich innych metod [13]. Dzięki temu istotnie redukuje się odkształcenie ziarna utrudniające pomiar pozostałymi metodami. Kąt naturalnego usypu dla ziarna o wilgotności 22,3% wynosił 39,3°, co dobrze koresponduje z omawianym zakresem zmian wartości kąta tarcia wewnętrznego.

WNIOSKI

1. Zmiana pola powierzchni przekroju próbki w trakcie odkształcania ma niekorzystny wpływ na dokładność wyznaczania kąta tarcia wewnętrznego. Wpływ ten zwiększa się wraz ze wzrostem wilgotności ziarna pszenicy.
2. Efektywny pomiar kąta tarcia wewnętrznego ziarna pszenicy metodą trójosiowego ściskania jest możliwy do wilgotności nie większej niż 20%.
3. Wibracyjne zagęszczanie próbek umożliwia uzyskanie gęstości zbliżonej do krytycznej, przez co zwiększa się dokładność pomiaru kąta tarcia wewnętrznego metodą trójosiowego ściskania.
4. W zakresie wilgotności 10-20% kąt tarcia wewnętrznego ziarna pszenicy rośnie od 23° do 30°.

PIŚMIENNICTWO

1. **Drescher A.:** Metody obliczeń paré i przepływu materiałów ziarnistych w zbiornikach. PWN, Warszawa – Poznań, 1983.
2. **Dyduch M., Kamiński M., Lapko A., Runkiewicz L.:** Nowelizacja normy PN-89/B-03262 „Żelbetowe zbiorniki na materiały sypkie i kisonki. Obliczenia statyczne i projektowanie”. XI Konferencja „Żelbetowe i sprężone zbiorniki na materiały sypkie i ciecze”, 65-69, Świeradów Zdrój, 2000.
3. **Frączek J.:** Tarcie ziarnistych materiałów roślinnych. Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej im. H. Kollątaja w Krakowie Nr 252, Kraków, 1999.
4. **Haman J., Grochowicz M.:** Methodology of the internal friction coefficient of grain layer at increased strains. ZPPNR, 203, 153 - 159, 1978.
5. **Hesse T., Hoffmann O.-H.:** Scherverhalten körniger landwirtschaftlicher Haufwerke. *Grundl. der Landtechnik*, 27(6), 205-213, 1977.
6. **Horabik J., Łukaszuk J., Grochowicz M.:** Formation of shear band in a granular material during triaxial compression test. *International Agrophysics*, 14(3), 273-278, 2000.
7. **ISO 11697.** Bases for design of structures - Loads due to bulk materials. 1995 (E).
8. **Łukaszuk J., Grochowicz M., Horabik J.:** Sposób utrwalania kształtu i struktury wewnętrznej próbki z materiału sypkiego poddawanej trójosiowemu ścisnaniu. Patent, nr zgl. 328205, 1998.
9. **Laskowski J., Skonecki S.:** Influence of moisture on the physical properties and parameters of the compression process of cereal grains. *International Agrophysics*, 13(4), 477-486, 1999.
10. **Laskowski J., Skonecki S.:** Pomiar współczynnika tarcia wewnętrznego pszenicy o różnej wilgotności i stopniu rozdrobnienia. II Zjazd Naukowy PTA, Referaty i doniesienia, 207, Lublin – Dąbrowica, 2000.
11. **Metzger T.:** Analiza wpływu wybranych cech fizycznych ziarna kukurydzy na wartość współczynnika tarcia wewnętrznego. Praca doktorska, AR Wrocław, 1985.
12. **Molenda M., Horabik J., Grochowicz M., Szot B.:** Tarcie ziarna pszenicy. *Acta Agrophysica*, 4, 1995.
13. **Reimbert M., Reimbert A.:** Characteristic friction angles of non-cohesive granular materials compared with the angle of repose. *Powder Handling & Processing*, 8(2), 155-157, 1996.

DETERMINATION OF THE ANGLE OF INTERNAL FRICTION OF WHEAT GRAIN IN THE TRIAXIAL COMPRESSION TEST

J. Horabik, J. Łukaszuk

Institute of Agrophysics, Polish Academy of Sciences, Doświadczalna 4, 20-290 Lublin 27
e-mail: jhorabik@demeter.ipan.lublin.pl

Summary: The influence of the moisture content and the bulk density of wheat grain on the accuracy of measurement of the angle of internal friction were investigated. Triaxial compression tests of 15 cm in diameter and 30 cm high of wheat grain samples of six levels of moisture content and different bulk densities were performed. Samples were compacted by vibration. Applied method allows of measurement of the angle of internal friction is possible for the moisture content not higher than 20%. Accuracy of measurements can be increased by compaction of the sample. Obtained results can be helpful in selection of material parameters for measurement of the angle of internal friction.

Keywords: triaxial compression test, critical bulk density, angle of internal friction, granular material, compaction.